المملكة العربية السعودية

وزارة التعليم
Ministry of Education

قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

الرياضيات

الصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الثاني

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

طبعة ١٤٤٤ - ٢٠٢٢

يوزع مجانا ولا يباع
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

الفصل ٥
أنظمة المعادلات الخطية

فيما سبق

درست حلّ المعادلات الخطية في متغير واحد.

والآن

- أحل نظام معادلتين خطيتين بيانيًا.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالتعويض.
- أحل نظام معادلتين خطيتين بالحذف.
- أحل مسائل لفظية من واقع الحياة تؤول إلى نظام من معادلتين خطيتين.

لماذا؟

حدائق: باعت حديقة الحيوانات بالرياض في أحد الأيام تذاكر دخول بقيمة ٣٥٠٠ ريال. فإذا كان سعر التذكرة ١٠ ريالات للكبير، ٥ ريالات للصغير، فيمكنك استعمال نظام من معادلتين خطيتين لمعرفة عدد الكبار وعدد الصغار الذين اشتروا التذاكر عند معرفة إجمالي عدد التذاكر المبيعة.

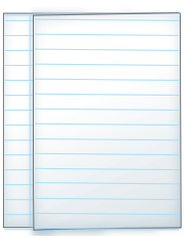
المفردات

- النظام المتسق ص (١٢)
- النظام المستقل ص (١٢)
- النظام غير المستقل ص (١٢)
- النظام غير المتسق ص (١٢)

المطويات منظم أفكار

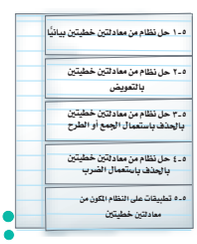
أنظمة المعادلات الخطية اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك مبتدئًا بورقة A4 .

١ **اطو** الورقة طوليًّا من المنتصف.



٢ **قص** النصف العلوي خمسة أجزاء بالتساوي.

٣ **سم** الأجزاء الخمسة بأرقام الدروس وعناوينها.



وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

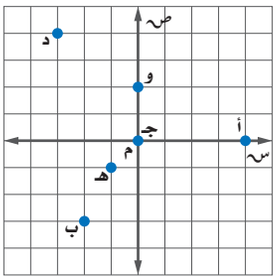
التهيئة للفصل ٥

تشخيص الاستعداد:

أجب عن الاختبار الآتي. انظر المراجعة السريعة قبل الإجابة عن الاختبار.

اختبار سريع

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي: (مهارة سابقة)



١) أ　　٢) د

٣) ب　　٤) جـ

٥) هـ　　٦) و

حلّ كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

٧) ٢س + ٤ = ١٢.

٨) ٣س = − ٩.

٩) م + ٢ = ٦.

١٠) ٢ = م س + ب ، م ، ب ثابتان.

١١) ب = ٢ل + (−٤)، ب ثابت.

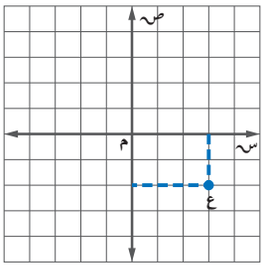
١٢) ٢٠ − ١٠ص = ٤٠.

١٣) **هندسة:** إذا كانت م = $\frac{١}{٢}$ ق × ع، تمثل صيغة مساحة المثلث، حيث م المساحة، ق قاعدة المثلث، ع ارتفاعه. فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٥ سم.

مراجعة سريعة

مثال ١

سم الزوج المرتب الذي يمثل النقطة ع في المستوى الإحداثي.



مثال ٢

حل المعادلة −١٢ + ٣ ص = ٣٦ .

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

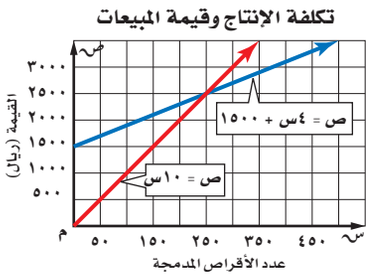
٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيًّا

لماذا؟

بلغت تكاليف إعداد مادة أقراص مدمجة علمية ١٥٠٠ ريال، وكان تسجيل القرص الواحد يكلف ٤ ريالاتٍ ويباع بـ ١٠ ريالاتٍ، ويرغب مدير الإنتاج في معرفة عدد الأقراص المدمجة التي عليه بيعها حتى يحقق ربحًا.

إن التمثيل البياني لنظام المعادلات يساعد على معرفة الوضع الذي يحقق ربحًا، ويمكن التعبير عن تكاليف الإنتاج الكلية بالمعادلة ص = ٤س+١٥٠٠؛ حيث ص تمثل تكلفة الإنتاج، س عدد الأقراص المدمجة المنتجة.

يمكن تمثيل القيمة الكلية للمبيعات بالمعادلة ص = ١٠س، حيث تمثل ص القيمة الكلية للمبيعات، س عدد الأقراص المدمجة المبيعة.



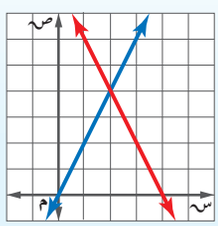
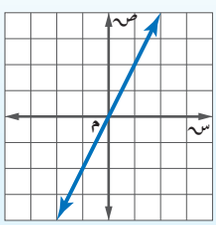
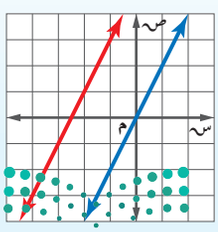
يمكننا تمثيل هاتين المعادلتين بيانيًّا من معرفة متى يبدأ تحقيق الربح. وذلك بتحديد النقطة التي يتقاطع فيها المستقيمان، وهو ما يحدث عند بيع ٢٥٠ قرصًا مدمجًا؛ أيْ أن تحقيق الربح يبدأ عند بيع أكثر من ٢٥٠ قرصًا مدمجًا.

عدد الحلول الممكنة: تشكّل المعادلتان ص = ٤س+١٥٠٠، ص = ١٠ س **نظامًا من معادلتين**، ويُسمى الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا لكلتا المعادلتين حلًّا للنظام.

- إذا كان للنظام حل واحد على الأقل، يسمى **نظامًا متسقًا**، وتتقاطع تمثيلاته البيانية في نقطة واحدة، أو تشكّل مستقيمًا واحدًا.
- إذا كان للنظام حل واحد فقط، يسمى **نظامًا مستقلًّا**، وإذا كان له عدد لا نهائي من الحلول يسمى **نظامًا غير مستقل**؛ وهذا يعني وجود عدد غير محدود من الحلول تحقق كلتا المعادلتين.
- إذا لم يكن للنظام أي حل، يسمى **نظامًا غير متسق**، وتشكل تمثيلاته البيانية مستقيمات متوازية.

مفهوم أساسي — الحلول الممكنة

أضف إلى مطويتك

عدد الحلول	واحد فقط	عدد لا نهائي	لا يوجد حل
المصطلح	متسق ومستقل	متسق وغير مستقل	غير متسق
التمثيل البياني			

فيما سبق

درست التمثيل البياني للمعادلات الخطية.

والآن

- أتعرف عدد حلول نظام مكون من معادلتين خطيتين.
- أحلّ نظامًا مكونًا من معادلتين خطيتين بيانيًا.

المفردات

نظام من معادلتين
النظام المتسق
النظام المستقل
النظام غير المستقل
النظام غير المتسق

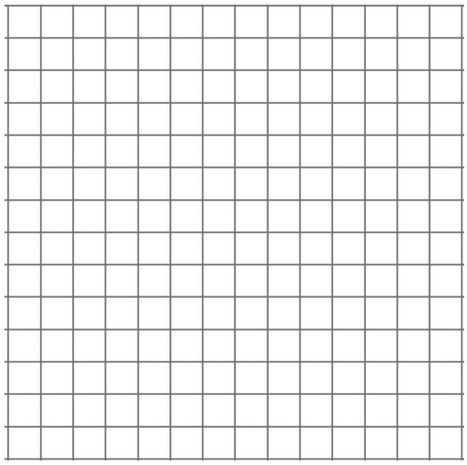
مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثال ١ عدد الحلول

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان النظام الآتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل.

أ) ص = −٢س + ٣

ص = س − ٥



ب) ص = −٢س − ٥

ص = −٢س + ٣

تحقق من فهمك

١أ) ص =٢س+٣ ص= −٢س +٣

١ب) ص= س −٥ ص= −٢س −٥

إرشادات للدراسة

عدد الحلول

عندما تُكتب كل من المعادلتين على الصيغة ص= م س+ب، فإن قيم م، ب تحدد عدد الحلول.

المقارنة بين قيم م، ب	عدد الحلول
قيمتا م مختلفتان	١
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب مختلفتان.	لايوجد
قيمتا م متساويتان، وقيمتا ب متساويتان.	لانهائي

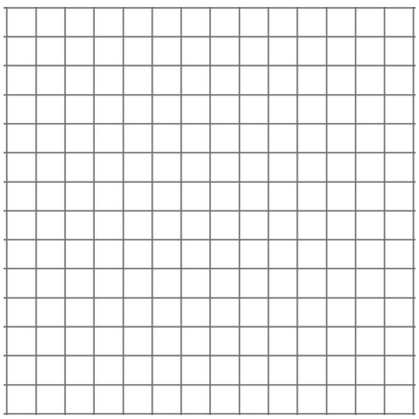
الحل بالتمثيل البياني: من الطرائق المستعملة في حل نظام من معادلتين تمثيلهما بيانيًّا في المستوى البياني نفسه، وإيجاد النقطة التي يتقاطع عندها المستقيمان التي تمثل حل النظام.

مثال ٢ الحل بالتمثيل البياني

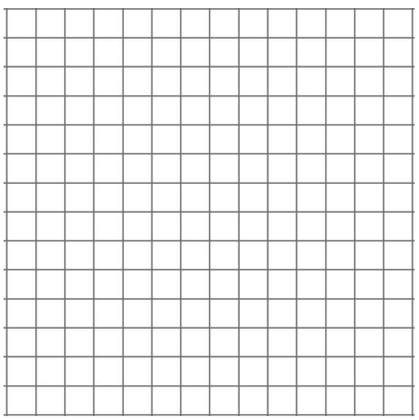
مثِّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

أ) ص = −٣س + ١٠

ص = س − ٢



ب) ٢س − ص = −١



مراجعة المفردات

المستقيمات المتوازية

لا تتقاطع أبدًا، ولها الميل نفسه.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

مثِّل كل نظام مما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٢أ) س − ص = ٢ ، ٣ص + ٢س = ٩

٢ب) ص = −٢س − ٣ ، ٦س + ٣ص = −٩

يمكننا استعمال أنظمة المعادلات لحل مسائل متنوعة من واقع الحياة تتضمن متغيرين أو أكثر.

مثال ٣ من واقع الحياة — كتابة نظام من معادلتين وحلّه

تُمور: يزداد إنتاج مزرعتي نخيل من التمور بانتظام تقريبًا عبر عدد من السنين. استعمل المعلومات الواردة في الجدول أدناه للتنبؤ بالسنة التي يصبح فيها إنتاج المزرعتين متساويًا على اعتبار أن معدل الزيادة يبقى ثابتًا خلال السنوات القادمة في كلتا المزرعتين.

المزرعة	كمية الإنتاج عام ١٤٢٩هـ (طن)	معدل الزيادة السنوية (طن)
الأولى	٣٠٩	٨
الثانية	٤١٨	٣

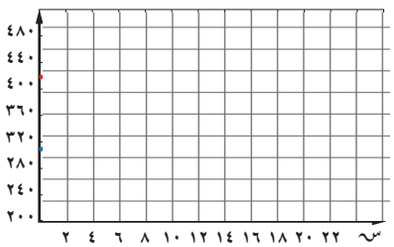
الربط مع الحياة

تعد التمور غذاءً صحيًّا مركزًا وطبيعيًّا ، ومنجمًا للفيتامينات؛ لكثرة ما بها من عناصر معدنية وفيتامينات.

التعبير اللفظي

المتغيرات

المعادلات



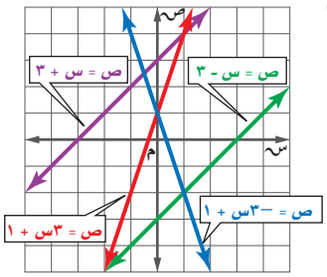
تحقق من فهمك

٣) ساعات: يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالًا، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالًا ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعًا يصبح معهما المبلغ نفسه؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

تأكد

مثال ١ استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



١) ص = −٣س + ١
ص = ٣س + ١

٢) ص = ٣س + ١
ص = س − ٣

٣) ص = س − ٣
ص = س + ٣

٤) ص = س + ٣
س − ص = −٣

مثال ٢ مثِّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

٥) ص = س + ٤
ص = −س − ٤

٦) ص = س + ٣
ص = ٢س + ٤

مثال٣ ٧) **قراءة:** يقرأ كلٌّ من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.

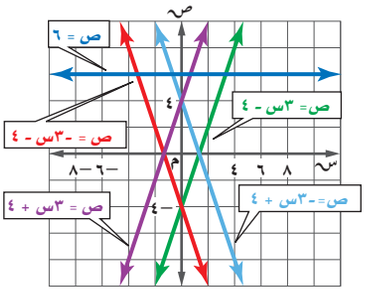
أ) اكتب معادلة تعبر عن عدد الصفحات التي يقرؤها كلٌّ منهما.

ب) مثِّل كل معادلة بيانيًّا.

جـ) بعد كم يوم يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبدالله؟ تحقق من إجابتك وفسِّرها.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ استعمل التمثيل البياني المجاور لتحدد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقًا أم غير متسق، ومستقلًّا أم غير مستقل:



٨) ص = −٣س + ٤
ص = −٣س − ٤

٩) ص = −٣س − ٤
ص = ٣س − ٤

١٠) ٣س − ص = −٤
ص = −٣س + ٤

١١) ٣س − ص = ٤
٣س + ص = ٤

مثال ٢ مثِّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه:

١٢) ص = ٤س + ٢
ص = −٢س − ٣

١٣) ص = س − ٦
ص = س + ٢

١٤) س + ص = ٤
٣س + ٣ص = ١٢

١٥) س − ص = −٢
−س + ص = ٢

١٦) س + ٢ص = ٣
س = ٥

١٧) ٢س + ص = −٤
ص + ٢س = ٣

مثال٣

١٨) **هوايات:** يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًّا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع.

أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

ب) مثِّل كل معادلة بيانيًّا.

جـ) بعد كم أسبوع يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

مثِّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

١٩) $ص = \frac{١}{٢}س$
$ص = س + ٢$

٢٠) $ص = ٢س - ١٧$
$ص = س - ١٠$

٢١) $-٣س + ٤ص = ٢٤$
$٤س - ص = ٧$

٢٢) $٢س - ٨ص = ٦$
$س - ٤ص = ٣$

٢٣) $٤س - ٦ص = ١٢$
$-٢س + ٣ص = -٦$

٢٤) $٢س + ٣ص = ١٠$
$٤س + ٦ص = ١٢$

٢٥) $٣س + ٢ص = ١٠$
$٢س + ٣ص = ١٠$

٢٦) $\frac{٣}{٤}س + \frac{١}{٢}ص = \frac{١}{٤}$
$\frac{٢}{٣}س + \frac{١}{٦}ص = \frac{١}{٢}$

الربط مع الحياة

تتيح آلات التصوير الرقمية للمصورين فرصة مشاهدة الصورة وإمكانية معالجتها وتعديلها ونقلها إلى الحاسوب وطباعتها.

٢٧) **تصوير:** افترض أن ص تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)، س تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠هـ. إذا كانت المعادلة ص = ١٢,٥س+ ١٠,٩ تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المبيعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠هـ، والمعادلة ص= -١,٩س+٧٨,٨ تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المبيعة.

أ) فمثّل كل معادلة بيانيًّا.

ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية ؟

جـ) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

٢٨) $٢ص = ١,٢س - ١٠$
$٤ص = ٢,٤س$

٢٩) $س = ٦ - \frac{٣}{٨}ص$
$٤ = \frac{٢}{٣}س + \frac{١}{٤}ص$

٣٠) **تمثيلات متعددة:** سوف تكتشف في هذه المسألة طرائق متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

أ) جبريًّا: حُلَّ المعادلة $\frac{١}{٢}س + ٣ = -س + ١٢$ جبريًّا.

ب) تقنية: حل نظام المعادلتين: $ص = \frac{١}{٢}س + ٣$، $ص = -س + ١٢$ بيانيًّا، وتحقق من صحَّة الحل باستخدام أحد البرامج الحاسوبيَّة.

جـ) تحليليًّا: ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟

د) لفظيًّا: وضِّح كيف تستعمل التمثيل البياني في الفرع (ب) لحل المعادلة في الفرع (أ).

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مسائل مهارات التفكير العليا

٣١) تحدٍّ: استعمل التمثيل البياني لحل النظام ٢س+٣ص= ٥، ٣س+٤ص= ٦، ٤س+٥ص= ٧.

٣٢) تبرير: بيّن هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكّل كل من النقطتين (٠، ٠)، (٢، ٢) حلًّا له، تكون له حلول أخرى أحيانًا أم دائمًا أم ليس له أي حلول أخرى.

٣٣) أيٌّ من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسّر إجابتك:

٣س − ٢ص = ١ ٢س + ٣ص = ١٨	٤س + ٢ص = ١٤ ١٢س + ٦ص = ١٨	−س + ٤ص = ٨ ٣س − ٦ص = ٦	٤س − ص = ٥ −٢س + ص = −١

٣٤) مسألة مفتوحة: اكتب ثلاث معادلات تشكّل مع المعادلة ص = ٥س−٣ أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسق، متسق ومستقل، متسق وغير مستقل على الترتيب.

٣٥) اكتب: صف مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية.

تدريب على اختبار

٣٦) إجابة قصيرة: يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٩:٠٠ صباحًا ٤٥٠٠ ، فكم يصبح عند الساعة ١٢:٠٠ ظهرًا؟

٣٧) هندسة: قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ سنتمترًا إلى قطع متساوية، ثم ألصقت من نهاياتها لتشكّل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟

أ) ٢٩٤ سم^٣ جـ) ١١٥٨ سم^٣

ب) ٣٤٣ سم^٣ د) ٢٧٤٤ سم^٣

مراجعة تراكمية

٣٨) اختبار: يبيِّن الجدول المجاور درجات هيثم في ٣ اختبارات للرياضيات، وبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (مهارة سابقة)

الاختبار	الدرجة
١	٩١
٢	٩٥
٣	٨٨

أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف.

ب) إذا أراد هيثم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟

جـ) هل إجابتك معقولة؟ فسّر ذلك.

٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٣، ١)، والمعامد للمستقيم ص = $\frac{١}{٣}$ س + ٢. (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

حُلَّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

٤٠) ١٥(ن + ٦) = ١٦٥ ؛ {٣، ٤، ٥، ٦، ٧}.

٤١) ٣٦ = $\frac{م - ٩}{٢}$ ؛ {٧٨، ٧٩، ٨٠، ٨١}.

إذا كانت أ = ٢ ، ب = −٣ ، جـ = ١١ ، فاحسب قيمة كل عبارة فيما يأتي:

٤٢) أ + ٦ب **٤٣)** ٧ − أب **٤٤)** (٢جـ + ٣أ) ÷ ٤

٥-١ حل نظام من معادلتين خطيتين

رابط الدرس الرقمي
www.ien.edu.sa

يمكنك استعمال الحاسبة البيانية TI – nspire لتمثيل نظام من معادلتين وحله.

نشاط ١ حل نظام من معادلتين خطيتين

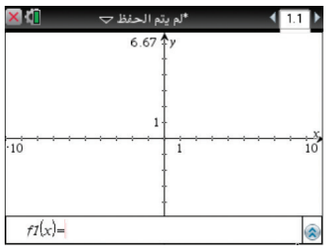
حل النظام الآتي مقربًا إلى أقرب جزء من مئة:

$$٥,٢٣ \text{ س} + \text{ص} = ٧,٤٨$$
$$٦,٤٢ \text{ س} - \text{ص} = ٢,١١$$

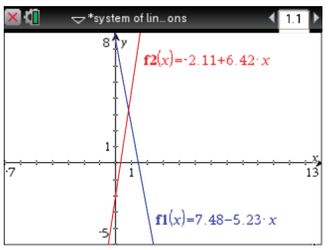
الخطوة ١: حل كل معادلة بالنسبة للمتغير ص لإدخالها في الحاسبة.

$٥,٢٣\text{س} + \text{ص} = ٧,٤٨$	المعادلة الأولى
$٥,٢٣\text{س} + \text{ص} - ٥,٢٣\text{ س} = ٧,٤٨ - ٥,٢٣\text{ س}$	اطرح ٥,٢٣ س من كلا الطرفين
$\text{ص} = ٧,٤٨ - ٥,٢٣\text{ س}$	بسّط
$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} = ٢,١١$	المعادلة الثانية
$٦,٤٢\text{ س} - \text{ص} - ٦,٤٢\text{ س} = ٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س}$	اطرح ٦,٤٢ س من كلا الطرفين
$-\text{ص} = ٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س}$	بسّط
$(-١)(-\text{ص}) = (-١)(٢,١١ - ٦,٤٢\text{ س})$	اضرب كلا الطرفين في (-١)
$\text{ص} = -٢,١١ + ٦,٤٢\text{ س}$	بسّط

الخطوة ٢: مثّل كلًّا من المعادلتين بيانيًّا.



- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on، ثم اختر من الشاشة 1 مستند جديد .
- اختر 2: إضافة تطبيق الرسوم البيانية فتظهر الشاشة المجاورة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 7.48 - 5.23x$
  ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية
  $f2(x) = -2.11 + 6.42x$ ثم اضغط enter ليظهر التمثيل البياني المجاور.
- أظهر الجزء المطلوب من التمثيل البياني على الشاشة، بالضغط على مفتاح menu ومنها اختر 4: تكبير/تصغير النافذة 1: إعدادات النافذة ؛ لتحديد التدريج المناسب لكلٍّ من س، ص.

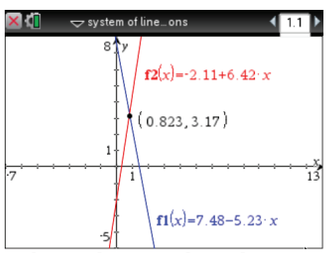


[–7, 13] scl: 1 by [–5, 8] scl: 1

الخطوة ٣: إيجاد نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

- استعمل ميزة **نقاط التقاطع** لإيجاد الحل.
- اضغط menu واختر منها 6: تحليل الرسم البياني ثم 4: نقاط التقاطع ،
  وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر لك نقطة التقاطع (0.823, 3.17) التي هي حل النظام.

وعليه يكون حل النظام إلى أقرب جزء من مئة هو (٠,٨٢ ، ٣,١٧) .



[–7, 13] scl: 1 by [–5, 8] scl: 1

من الطرق التي يمكنك استعمالها لحل معادلة بمتغير واحد، تمثيل نظام المعادلتين الذي نكوّنه من تلك المعادلة، ثم حله. ولإجراء ذلك، اكتب نظامًا من المعادلات باستعمال طرفي المعادلة، ثم استعمل الحاسبة البيانية لحله.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

نشاط ٢ استعمال نظام من معادلتين لحل معادلة خطية

حل المعادلة ٥س+٦= −٤ مستعملًا نظامًا من معادلتين.

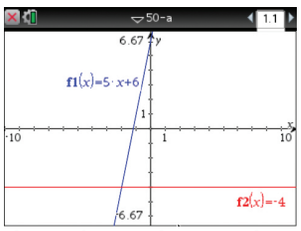
الخطوة ١: اكتب نظامًا من معادلتين ، على أن يساوي كل طرف من طرفي المعادلة ص.

ص = ٥س + ٦ المعادلة الأولى

ص = −٤ المعادلة الثانية

الخطوة ٢: مثِّل كلًّا من المعادلتين بيانيًّا.

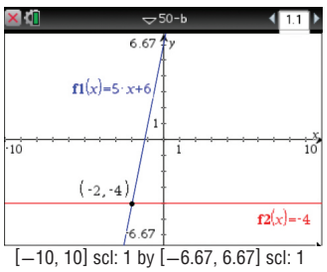
- مثِّل كلًّا من هاتين المعادلتين بيانيًّا بالضغط على مفتاح (on)، ثم اختر الشاشة 1 مستند جديد واختر منها 2:إضافة تطبيق الرسوم البيانية .
- أدخل المعادلة الأولى $f1(x) = 5x + 6$ ثم اضغط enter ، اضغط مفتاح (tab) وأدخل المعادلة الثانية $f2(x) = -4$ ثم اضغط enter فيظهر التمثيل البياني التالي:



[−10, 10] scl: 1 by [−6.67, 6.67] scl: 1

الخطوة ٣: إيجاد نقاط التقاطع لإيجاد الحل.

- حدِّد نقطة التقاطع بالضغط على مفتاح (menu)، ثم اختر منها 6: تحليل الرسم البياني، ثم اختر 4:نقاط التقاطع وقم بالضغط في أي نقطةٍ على الشاشة وحرّك المؤشر مرورًا بنقطة التقاطع، تظهر لك نقطة التقاطع (−٢، −٤).



[−10, 10] scl: 1 by [−6.67, 6.67] scl: 1

أي أن الحل هو س = −٢

تمارين:

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرِّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

١) ص = ٢ س − ٣
ص = −٠,٤ س + ٥

٢) ص = ٦س + ١
ص = −٣,٢س − ٤

٣) ٧ س − ٢ ص = ١٦
١١س + ٦ص = ٣٢,٣

٤) ٣س + ٢ ص = ١٦
٥س + ص = ٩

٥) ٠,٦٢ س + ٠,٣٥ ص = ١,٦٠
−١,٣٨ س + ص = ٨,٢٤

٦) ٧٥ س − ١٠٠ ص = ٤٠٠
٣٣ س − ١٠ص = ٧٠

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرِّب الحل إذا كان كسرًا عشريًّا إلى أقرب جزء من مئة:

٧) ٤س − ٢ = −٦

٨) $٣ = ١ + \frac{س}{٢}$

٩) −٢ + ١٠س = ٨س − ١

١٠) **اكتب:** وضِّح لماذا يمكنك حل معادلة مثل ر= أ س + ب بحل نظام المعادلتين: ص = ر ، ص= أ س + ب .

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٢-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

لماذا؟

في إحدى السنوات أنتجت مزرعة ناصر ١٦ طنًّا من التمور، بينما أنتجت مزرعة محمد ٢٠ طنًّا. ثم بدأ إنتاج المزرعتين يتناقص سنويًّا، فبلغ في السنة التالية ١٣ طنًّا لمزرعة ناصر و١٦ طنًّا لمزرعة محمد.

فإذا استمر تناقص إنتاج كل من المزرعتين وفق المعدل نفسه، فمتى يتساوى الإنتاج السنوي للمزرعتين؟

الحل بالتعويض: يمكنك استعمال نظام مكوّن من معادلتين لإيجاد متى يتساوى إنتاج المزرعتين، وإحدى طرائق إيجاد الحل الدقيق لنظام المعادلات **التعويض**.

فيما سبق

درست حل نظام مكون من معادلتين خطيتين بيانيًّا.

والآن

- أحل نظامًا مكونًا من معادلتين بالتعويض.
- أحل مسائل من واقع الحياة (تتضمن نظامًا من معادلتين) باستعمال التعويض.

المفردات

التعويض

مفهوم أساسي — الحل بالتعويض

مطويتك

الخطوة ١: حل إحدى المعادلتين على الأقل باستعمال أحد المتغيرين إذا كان ذلك ضروريًّا.

الخطوة ٢: عوِّض المقدار الناتج من الخطوة (١) في المعادلة الثانية، ثم حلها.

الخطوة ٣: عوِّض القيمة الناتجة من الخطوة (٢) في أي من المعادلتين وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال ١ — حل نظام من معادلتين بالتعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

ص = ٢س + ١

٣س + ص = −٩

الخطوة ٢:

الخطوة ٣:

إرشادات للدراسة

تحقق من صحة حلك

بعد إيجاد قيم المتغيرين، عوض بهما في كلتا المعادلتين لتتحقق من صحة الحل.

تحقق من فهمك

١أ) ص = ٤س − ٦

٥س + ٣ص = −١

١ب) ٢س + ٥ص = −١

ص = ٣س + ١٠

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

وإذا لم يكن أحد المتغيرين مكتوبًا وحده في طرف إحدى المعادلتين في النظام، فحل إحدى المعادلتين أولًا بالنسبة لهذا المتغير، ثم عوّض لحل النظام.

مثال ٢ الحل ثم التعويض

استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

س + ٢ص = ٦

٣س − ٤ص = ٢٨

الخطوة ١:

الخطوة ٢:

الخطوة ٣:

إرشادات للدراسة

صيغة الميل والمقطع

إذا كُتبت كل من المعادلتين بصيغة الميل والمقطع (ص= م س+ب)، فيمكن مساواتهما معًا، ثم إيجاد قيمة س، وتعويضها لإيجاد قيمة ص.

تحقق من فهمك

٢أ) ٤س + ٥ص = ١١

ص − ٣س = −١٣

٢ب) س − ٣ص = −٩

٥س − ٢ص = ٧

إرشادات للدراسة

النظام غير المستقل

هناك عدد لا نهائي من الحلول للنظام في المثال ٣؛ لأنه عند كتابة المعادلتين بصيغة الميل والمقطع تكونان متكافئتين، ولهما التمثيل البياني نفسه.

وبصورة عامة، إذا كانت نتيجة حل نظام من معادلتين جملة خطأ مثل ٣= −٢، فلا يوجد حل للنظام في هذه الحالة، أما إذا كانت النتيجة متطابقة مثل ٣=٣ فهناك عدد لا نهائيّ من الحلول.

مثال ٣ عدد لا نهائي من الحلول، أو لا يوجد للنظام حل

حل النظام الآتي مستعملًا التعويض:

ص = ٢س − ٤

−٦س + ٣ص = −١٢

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

تحقق من فهمك

حل كلًّا من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

٣أ) ٢س – ص = ٨
ص = ٢س – ٣

٣ب) ٤س – ٣ص = ١
٦ص – ٨س = –٢

حل مسائل من واقع الحياة: يمكنك استعمال التعويض لحل مسألة من واقع الحياة تتضمن نظامًا من معادلتين.

مثال ٤ من واقع الحياة **كتابة نظام من معادلتين وحله**

أجهزة: باع متجر أجهزة تسجيل وسماعات عددها ١٢٥ جهازًا، بسعر ١٠٤,٩٥ ريالات لجهاز التسجيل الواحد، و ١٨,٩٥ ريالًا للسمّاعة الواحدة، فإذا كان ثمن مبيعاته من هذه الأجهزة ٦٩٢٦,٧٥ ريالًا، فكم جهازًا باع من كل نوع؟

عدد الوحدات المبيعة			
السعر			

الخطوة ١:

الخطوة ٢:

الخطوة ٣:

تحقق من فهمك

٤) رياضة: مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عددُ نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

تأكد

الأمثلة ١ - ٣ حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

١) س = ص − ٢ ، ٤س + ص = ٢

٢) ٢س + ٣ص = ٤ ، ٤س + ٦ص = ٩

٣) س − ص = ١ ، ٣س = ٣ص + ٣

مثال ٤ ٤) **هندسة:** إذا كان مجموع قياسي الزاويتين س، ص يساوي ١٨٠°، وقياس الزاوية س يزيد بمقدار ٢٤° على قياس الزاوية ص، فأجب عما يأتي:

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

ب) أوجد قياس كل زاوية.

تدرب وحل المسائل

الأمثلة ١ - ٣ حل كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

٥) ص = ٤س + ٥ ، ٢س + ص = ١٧

٦) ص = ٣س − ٣٤ ، ص = ٢س − ٥

٧) ص = ٣س − ٢ ، ص = ٢س − ٥

٨) ٢س + ص = ٣ ، ٤س + ٤ص = ٨

٩) ٣س + ٤ص = −٣ ، س + ٢ص = −١

١٠) −١ = ٢س − ص ، ٨س − ٤ص = −٤

١١) س = ص − ١ ، − س + ص = −١

١٢) ص = −٤س + ١١ ، ٣س + ص = ٩

١٣) ص = −٣س + ١ ، ٢س + ص = ١

الربط مع الحياة

السياحة في بلادنا متنفس في الإجازات للأسر والوافدين والسياح؛ لما حبا الله به البلاد من مظاهر طبيعية وآثار تاريخية، تمنح زائريها الراحة والتوازن الذهني والجسماني.

١٤) ٣س + ص = −٥ ، ٦س + ٢ص = ١٠

١٥) ٥س − ص = ٥ ، −س + ٣ص = ١٣

١٦) −٥س + ٤ص = ٢٠ ، ١٠س − ٨ص = −٤٠

مثال ٤ ١٧) **سياحة:** يبيِّن الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٣٥ هـ، ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوّار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفًا	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفًا	زيادة ١,٨

أ) عرِّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.

ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوّار متساويًا في المنطقتين؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 1443

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥هـ	١:٥١:٣٩	١:٥٤:٤٣
١٤٣٠هـ	١:٤٩:٣١	١:٥٨:٠٣

١٨) رياضة: يبيِّن الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون خلال عامي ١٤٢٥هـ، ١٤٣٠هـ.

أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥هـ صفرًا، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام (س).

جـ) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسّر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

١٩) تحدٍّ: كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعًا، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٧: ٥، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

٢٠) تبرير: قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

٢١) مسألة مفتوحة: أنشئ نظامًا من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالته.

٢٢) اكتب: وضِّح كيف تحدد الأفضل تعويضًا عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

تدريب على اختبار

٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

أ) ص= −٣س +٤
−٦س −٢ص= −٨

جـ) ص= ٥س+١
٤س+ص= ١٠

ب) س−٢ص= ٨
٢س= ٤ص+٩

د) س+ص = ١
ص= ٣− س

٢٤) ما مجموعة حل المعادلة: ٢ |ف| = ١٦، إذا كان ف عددًا صحيحًا؟

أ) { ٨، ٠ }

جـ) { −٨، ٨ }

ب) { ٠، −٨ }

د) { −٨، ٠، ٨ }

مراجعة تراكمية

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، ثم حدد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١)

٢٥) س = ١
٢س − ص = ٧

٢٦) ص = س + ٥
ص = س − ٢

٢٧) س + ص = ١
٣ص + ٣س = ٣

حلّ كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (مهارة سابقة)

٢٨) ٦ف + ١ ≤ −١١

٢٩) ٢٤ > ١٨ + ٢ن

٣٠) $-١١ \leq \frac{٢}{٥}$ف + ٥

٣١) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٦، ١)، (١، ١). (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسِّط كلًّا من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:

٣٢) ١٠ ب + ٥(٣ + ٩ب)

٣٣) ٥(٣ن^{٢}+٤) − ٨ن

٣٤) −٢(٧أ + ٥ب)+٥(٢أ−٧ب)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٣-٥ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض.

والآن

- أحل نظامًا من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالجمع.
- أحل نظامًا من معادلتين باستعمال طريقة الحذف بالطرح.

المفردات

الحذف

لماذا؟

يزيد عدد الأشهر (أ) التي ترتفع فيها درجة الحرارة العظمى في مدينة الرياض على ٣٠° س بمقدار شهرين على عدد الأشهر (ب) التي تنخفض فيها عن ٣٠° س. ويمثل النظام الآتي هذا الموقف:

أ + ب = ١٢

أ − ب = ٢

الحذف باستعمال الجمع: إذا جمعت هاتين المعادلتين فسوف يتم حذف المتغير (ب)، وتُسمى طريقة الجمع أو الطرح في حل النظام الحذف.

مفهوم أساسي — الحل بالحذف

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: اكتب النظام على أن يكون الحدان المتشابهان اللذان معامل أحدهما معكوس للآخر أو مساوٍ له بعضهما فوق بعض.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوض القيمة الناتجة في الخطوة ٢ في إحدى المعادلتين وحلها لإيجاد المتغير الثاني، واكتب الحل كزوج مرتب.

مثال ١ — الحذف باستعمال الجمع

استعمل الحذف لحل النظام:

٤س + ٦ص = ٣٢

٣س − ٦ص = ٣ ← **الخطوة ١:**

الخطوة ٢:

الخطوة ٣:

تحقق من فهمك

١أ) $-٤س + ٣ص = -٣$
$٤س - ٥ص = ٥$

١ب) $٤ص + ٣س = ٢٢$
$٣س - ٤ص = ١٤$

يمكنك استعمال طريقة الحذف لإيجاد عددين محددين يرتبطان معًا بعلاقة.

مثال ٢ كتابة نظام من معادلتين وحله

عددان، سالب ثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه خمسة أمثال الثاني يساوي −١١، وثلاثة أمثال الأول مضافًا إليه سبعة أمثال الثاني يساوي −١. فما العددان؟

الخطوتان ١ ، ٢:

الخطوة ٣:

تحقق:

تحقق من فهمك

٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي −١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول يساوي العدد الثاني يساوي ٢.

قراءة الرياضيات

الحذف: إذا أدى جمع أو طرح معادلتين إلى أن يكون ناتج معاملي أحد المتغيرين صفرًا، يقال عندئذٍ إنه تم حذف هذا المتغير.

إرشادات للدراسة

معاملات:
عندما يتساوى معاملا متغير، يؤدي طرح المعادلتين إلى حذفه، وعندما يكون أحد المعاملين معكوسًا للآخر، يؤدي جمع المعادلتين إلى حذفه أيضًا.

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

قاسم العدد

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

الحذف باستعمال الطرح: يمكنك أحيانًا حذف متغير بطرح معادلة من أخرى.

مثال ٣ من اختبار — الحذف باستعمال الطرح

حل النظام: ٥ر + ٢ت = ٦
٩ر + ٢ت = ٢٢

أ) (-٧، ١٥)　　ب) $\left(\frac{٨}{٩}، ٧\right)$　　جـ) (٤، -٧)　　د) $\left(٤، -\frac{٢}{٥}\right)$

تحقق من فهمك

٣) حل النظام: ٨ب + ٣جـ = ١١
٨ب + ٧جـ = ٧

أ) (١,٥، -١)　　ب) (١,٧٥، -١)　　جـ) (١,٧٥، ١)　　د) (١,٥، ١)

الربط مع الحياة

اهتم الإسلام بالعمل اليدوي المهني والتقني، فمارسه الرسول ﷺ والصحابة والتابعون بوصفه وسيلة إنتاجية وقيمة مهمة تؤدي إلى تطور البلاد وبناء حياة الإنسان والمجتمع.

مثال ٤ من واقع الحياة — كتابة نظام من المعادلات وحله

وظائف: يعمل كل من عبدالعزيز وعبدالرحمن في متجر، فيحصل عبدالعزيز على ٨,٥ ريالات في الساعة، وعبدالرحمن على ٧,٥ ريالات في الساعة، وبلغ مجموع ما حصلا عليه خلال يومين ٢٩٩,٥ ريالًا، وفي اليومين التاليين ضاعف عبدالرحمن عدد ساعات عمله فحصلا على ٤١٢ ريالًا، فما عدد الساعات التي عملها كل منهما في اليومين الأولين؟

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 ١٤٤٤

إرشادات للدراسة

طريقة أخرى:
يمكنك ضرب إحدى المعادلتين في (−١)، ثم جمع المعادلتين بدلًا من طرحهما.

تحقق من فهمك

٤) **حفلات:** أقام مسفر ومحمود حفلًا بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود ، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧ ، فكم شخصًا دعا كل منهما؟

تأكد

المثالان ١ ، ٣ حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١) ٥م − ب = ٧
٧م − ب = ١١

٢) ٨س + ٥ص = ٣٨
−٨س + ٢ص = ٤

٣) ٧ف + ٣جـ = −٦
٧ف − ٢جـ = −٣١

مثال ٢ ٤) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

مثال ٤ ٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

تدرب وحل المسائل

المثالان ١، ٣ حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٦) $-ف + و = ٧$ ، $ف + و = ١$

٧) $ص + ز = ٤$ ، $ص - ز = ٨$

٨) $-٤س + ٥ص = ١٧$ ، $٤س + ٦ص = -٦$

٩) $أ + ٤ب = -٤$ ، $أ + ١٠ب = -١٦$

١٠) $٩س + ٦ص = ٧٨$ ، $٣س - ٦ص = -٣٠$

١١) $٦س - ٢ص = ١$ ، $١٠س - ٢ص = ٥$

مثال ٢ ١٢) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟

١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي -٣؟

مثال ٤ ١٤) **شحن سيارات:** يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجرة شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة.

عدد السيارات الصغيرة	عدد السيارات الكبيرة	الأجرة الكلية (ريال)
٢	٥	٣٨٠٠
٢	٣	٢٦٠٠

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١٥) $٤(س + ٢ص) = ٨$ ، $٤س + ٤ص = ١٢$

١٦) $\frac{١}{٢}س + \frac{٢}{٣}ص = ٢\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}س - \frac{٢}{٣}ص = ٦\frac{١}{٤}$

١٧) $٤س + ٣ص = ٦$ ، $٣س + ٣ص = ٧$

١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجي المملكة والفيصلية معًا ٥٦٧ مترًا، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ مترًا.

أ) ما ارتفاع برج المملكة؟

ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟

الربط مع الحياة

افتُتح مهرجان جازان الشتوي الأول الذي تنظمه لجنة التنشيط السياحي بالمنطقة في عام ١٤٢٧ هـ، ويشتمل على ألعاب ترفيهية وعروض ومسابقات فنية ورياضية.

١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقًا في سباق الدراجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فئتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠.

أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار. ثم اكتب نظامًا من معادلتين يمثّل هذا الموقف.

ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام.

جـ) فسِّر الحل في سياق هذا الموقف.

د) مثِّل هذا النظام بيانيًّا للتأكد من صحة الحل.

٢٠) **تمثيلات متعددة:** لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلًا:

أ) **حسيًا:** كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستعملًا كلا النوعين؟ قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.

ب) **تحليليًا:** مستعملًا ٩ قطع، اكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.

جـ) **جدوليًا:** أنشئ جدولًا يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

د) **لفظيًا:** هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع ب)؟ فسّر إجابتك.

مسائل مهارات التفكير العليا

٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظامًا من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

٢٢) **تبرير:** إذا كانت النقطة (-٣، ٢) تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادلتيه هي س+٤ص= ٥، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسِّر كيف توصلت إليها.

٢٣) **تحدٍّ:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢، ومجموع رقميه يساوي ٨ ، فحدد المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد.

٢٤) **اكتب:** بيِّن متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

تدريب على اختبار

٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟

$$٢، ٣، \frac{٩}{٢}، \frac{٢٧}{٤}، \frac{٨١}{٨}، \ldots$$

أ) $\frac{٢١٨٧}{٦٤}$ جـ) $\frac{٢٢٨١}{٦٤}$

ب) $\frac{٢٢٤٥}{٦٤}$ د) $\frac{٢٤٤٥}{٦٤}$

٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

س + ٤ص = ١

٢س - ٣ص = -٩

أ) (١، ٠) جـ) ليس له حل

ب) (-٣، ١) د) يوجد عدد لانهائي من الحلول

مراجعة تراكمية

حل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا التعويض، وبيّن ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٥-٢)

٢٧) ص = ٦س

٢س + ٣ص = ٤٠

٢٨) س = ٣ص

٢س + ٣ص = ٤٥

٢٩) س = ٥ص + ٦

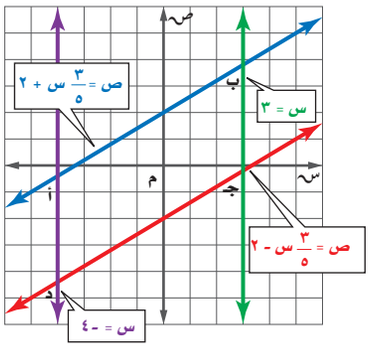
س = ٥ص − ٢

٣٠) توفير: يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفَّر وائل حتى الآن ٣٥ ريالًا ويخطط لتوفير ١٠ ريالات كل أسبوع. أما رياض فلديه الآن ٢٦ ريالًا ويخطط لتوفير ١٣ ريالًا في الأسبوع. (الدرس ٥-١)

أ) بعد كم أسبوع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساويًا؟

ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟

٣١) هندسة: بيِّن ما إذا كان الشكل أب جـ د متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (مهارة سابقة)



حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحلّ: (مهارة سابقة)

٣٢) ٦جـ = −٤٨

٣٣) $\frac{٢}{٣}$ أ = ٨

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلًّا من العبارات الآتية:

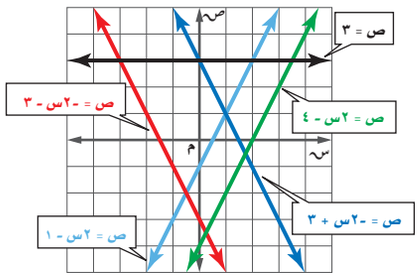
٣٤) ٦ل − ٣ + ٧ب + ١

٣٥) ٧س^{٢} − ٩س + ٤س^{٢}

٣٦) ١٠(٢ + ر) + ٣ر

٣٧) ٥ص − ٧(ص + ٥)

مستعملًا التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من حيث كونه متسقًا أم غير متسق، ومستقلًا أم غير مستقل: (الدرس ٥-١)



١) ص = ٢س − ١
ص = −٢س + ٣

٢) ص = −٢س + ٣
ص = −٢س − ٣

مثِّل كل نظام فيما يأتي بيانيًّا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا فاكتبه: (الدرس ٥-١)

٣) ص = ٢س − ٣
ص = س + ٤

٤) س + ص = ٦
س − ص = ٤

٥) س + ص = ٨
٣س + ٣ص = ٢٤

٦) س − ٤ص = −٦
ص = −١

٧) ٣س + ٢ص = ١٢
٣س + ٢ص = ٦

٨) ٢س + ص = −٤
٥س + ٣ص = −٦

حُلَّ كلًّا من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض: (الدرس ٥-٢)

٩) ص = س + ٤
٢س + ص = ١٦

١٠) ص = −٢س − ٣
س + ص = ٩

١١) س + ص = ٦
س − ص = ٨

١٢) ص = −٤س
٦س − ص = ٣٠

١٣) **حديقة الحيوان:** الجدول الآتي يبيِّن، تكلفة دخول عائلتين لحديقة الحيوان في إحدى المدن. (الدرسان ٥-٢، ٥-٣)

العائلة	المجموعة	التكلفة الإجمالية
أ	٤ كبار وطفلان	١٨٤ ريالًا
ب	٤ كبار وَ٣ أطفال	٢٠٠ ريال

أ) عرّف المتغيرات التي تمثل ثمن التذكرة للكبار وثمن التذكرة للأطفال.

ب) اكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد ثمن كلٍّ من تذكرتي الكبار والأطفال.

جـ) حل النظام، ووضح ماذا يعني الحل.

د) ما تكلفة دخول مجموعة مكونة من ٣ كبار وَ٥ أطفال لحديقة الحيوان؟

١٤) **اختيار من متعدد:** تريد أسماء شراء ١٢ قطعة من الشوكولاتة والمصاص؛ إذا كان مع أسماء ١٦ ريالًا، وكان ثمن قطعة الشوكولاتة ريالين، وثمن قطعة المصاص ريالًا، فكم قطعة من كل نوع ستشتري؟ (الدرسان ٥-٢، ٥-٣)

أ) ٦ قطع شوكولاتة، ٦ قطع مصاص.

ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص.

جـ) ٧ قطع شوكولاتة، ٥ قطع مصاص.

د) ٣ قطع شوكولاتة، ٩ قطع مصاص.

حُلَّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس٥-٣)

١٥) س + ص = ٩
س − ص = −٣

١٦) س + ٣ص = ١١
س + ٧ص = ١٩

١٧) ٩س − ٤ص = −٦
٣س + ٤ص = ١٠

١٨) −٥س + ٢ص = −١١
٥س − ٧ص = ١

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٥-٤ حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف باستعمال الضرب

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح.

والآن

- أحل نظامًا من معادلتين بالحذف باستعمال الضرب.
- أحل مسائل من واقع الحياة تتضمن أنظمة من معادلتين.

لماذا؟

باعت مكتبة ٧٠ قلمًا بمبلغ ٢٦٠ ريالًا. وبناءً على القائمة أدناه يمكن كتابة المعادلتين الآتيتين لإيجاد عدد الأقلام المبيعة من كل نوع:

قلم حبر	٤ ريالات
قلم رصاص	ريالان

س + ص = ٧٠

٤س + ٢ص = ٢٦٠

الحذف باستعمال الضرب: لا يمكن حذف أي من المتغيرين بالجمع أو الطرح في النظام أعلاه، إلّا أنه يمكن حذف أحد المتغيرين باستعمال الضرب في مثل هذه الحالة.

مفهوم أساسي

الحل بالحذف

أضف إلى مطويتك

الخطوة ١: اضرب إحدى المعادلتين على الأقل في عددٍ ثابت للحصول على معادلتين فيهما حدان أحدهما معكوس للآخر.

الخطوة ٢: اجمع المعادلتين أو اطرحهما للتخلص من أحد المتغيرين، ثم حل المعادلة.

الخطوة ٣: عوِّض عن قيمة المتغير الناتجة في الخطوة (٢) في إحدى المعادلتين، وحلها لإيجاد قيمة المتغير الثاني، واكتب الحل في صورة زوج مرتب.

مثال ١ ضرب معادلة لحذف أحد المتغيرين

استعمل الحذف لحل النظام:

٥س + ٦ص = −٨

٢س + ٣ص = −٥

تحقق من فهمك

١أ) ٦س − ٢ص = ١٠

٣س − ٧ص = −١٩

١ب) ٩ر + ك = ١٣

٣ر + ٢ك = −٤

أحيانًا نحتاج إلى ضرب كل معادلة في عدد مختلف لحل نظام المعادلتين.

مثال ٢ ضرب كلتا المعادلتين لحذف أحد المتغيرين

حل النظام الآتي مستعملًا الحذف:

٤س + ٢ص = ٨

٣س + ٣ص = ٩

الطريقة ١: حذف المتغير س.

الطريقة ٢: حذف المتغير ص.

إرشادات للدراسة

اختيار المتغير الذي يجب حذفه: يمكنك حذف أي متغير في النظام إذا لم يطلب إليك إيجاد قيمة متغير محدد.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

تحقق من فهمك

أ٢) ٥س − ٣ص = ٦
٢س + ٥ص = −١٠

ب٢) ٦أ + ٢ب = ٢
٤أ + ٣ب = ٨

حل مسائل من واقع الحياة: قد يكون من الضروري استعمال الضرب قبل الحذف أحيانًا عند حل مسائل من واقع الحياة.

مثال ٣ من واقع الحياة — كتابة نظام من معادلتين وحله

طيران: تطير طائرة في اتجاه الريح بمعدل ٥٢٠ ميلًا في ٤ ساعات، وفي رحلة العودة تستغرق ٥ ساعات لقطع المسافة نفسها، أوجد سرعة الطائرة في الأجواء الساكنة.

	السرعة	الزمن	المسافة ف	السرعة × الزمن = ف
في اتجاه الريح				
في عكس اتجاه الريح				

تحقق من فهمك

٣) زورق: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

تأكد

المثالان ١ ، ٢ حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

١) ٢س − ص = ٤
٢) ٢س + ٧ص = ١
٣) ٤س + ٢ص = −١٤
٧س + ٣ص = ٢٧
س + ٥ص = ٢
٥س + ٣ص = −١٧

مثال ٣

٤) **صيد:** يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل/ساعة.

تدرب وحل المسائل

المثالان ١ ، ٢ حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

٥) $س + ص = ٢$
$-٣س + ٤ص = ١٥$

٦) $س - ص = -٨$
$٧س + ٥ص = ١٦$

٧) $٦س + ص = -٣٩$
$٣س + ٢ص = -١٥$

٨) $٢س + ٥ص = ١١$
$٤س + ٣ص = ١$

٩) $٣س + ٤ص = ٢٩$
$٦س + ٥ص = ٤٣$

١٠) $٤س + ٧ص = -٨٠$
$٣س + ٥ص = -٥٨$

١١) $١٢س - ٣ص = -٣$
$٦س + ص = ١$

١٢) $-٤س + ٢ص = ٠$
$١٠س + ٣ص = ٨$

المثال ٣

١٣) **نظرية الأعداد:** ما العددان اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة؟

١٤) **كرة قدم:** سجّل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفًا في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتي الذهاب والإياب؟

حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

١٥) $-٠,٤س + ٠,٢٥ص = -٢,١٧٥$
$٢س + ص = ٧,٥$

١٦) $\frac{١}{٤}س + ٤ص = ٢\frac{٣}{٤}$
$٣س + \frac{١}{٢}ص = ٩\frac{١}{٤}$

١٧) **هندسة:** إذا علمت أن التمثيل البياني للمعادلتين س+٢ص= ٦، ٢س+ص= ٩ يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:

أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟

ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث.

جـ) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة س-ص= -٣ يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه.

د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث.

١٨) **اختبارات:** اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أخّر ترتيبه بين الأوائل، فأخبر الطالب وبيّن له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجتيه الحالية والصحيحة ٣٦ درجة. وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟

تاريخ الرياضيات

الخوارزمي (١٦٤هـ – ٢٣٢هـ):
هو أبوعبدالله محمد بن موسى الخوارزمي، عالم مسلم، وقد أسهم كثيرًا في تطور علوم الرياضيات، والجغرافيا، والفلك، ومن أشهر كتبه "الجبر والمقابلة".

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

١٩) **تبرير:** وضح كيف يمكنك تعريف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

٢٠) **اكتشف الخطأ:** حُلّ كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسِّر إجابتك.

سعيد

٢ر + ٧ت = ١١

ر − ٩ت = −٧

٢ر + ٧ت = ١١

(−) ٢ر − ١٨ت = −١٤

٢٥ت = ٢٥

ت = ١

٢ر + ٧ت = ١١

٢ر + ٧(١) = ١١

٢ر + ٧ = ١١

٢ر = ٤

$\frac{٢ر}{٢} = \frac{٤}{٢}$

ر = ٢

الحل (٢، ١)

حسين

٢ر + ٧ت = ١١

(−) ر − ٩ت = −٧

ر = ١٨

٢ر + ٧ت = ١١

٢(١٨) + ٧ت = ١١

٣٦ + ٧ت = ١١

٧ت = −٢٥

$\frac{٧ت}{٧} = -\frac{٢٥}{٧}$

ت = −٣,٦

الحل (١٨، −٣,٦)

٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظامًا من معادلتين يمكن حله بضرب إحدى معادلتيه في −٣، ثم جمع المعادلتين معًا.

٢٢) **تحدٍّ:** إذا كان حل النظام: ٤س+٥ص= ٢، ٦س−٢ص= ب هو (٣، أ)، فأوجد قيمة كل من: أ، ب موضحًا خطوات الحل التي استعملتها.

٢٣) **اكتب:** وضِّح كيف تحدِّد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

تدريب على اختبار

٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثِّل حلَّ النظام الآتي؟

٢س − ٣ص = −٩

−س + ٣ص = ٦

أ) (٣، ٣)　　جـ) (−٣، ١)

ب) (−٣، ٣)　　د) (١، −٣)

٢٥) **احتمال:** يبيِّن الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣ ؟

الناتج	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٨	٢	٠	٥	١

أ) $\frac{٢}{٣}$　　ب) $\frac{١}{٣}$　　جـ) $\frac{٢}{٥}$　　د) $\frac{١}{٥}$

مراجعة تراكمية

حُلّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

٢٦) ٦ق + هـ = −٧
٦ق + ٣هـ = −٩

٢٧) ٥س + ٣ك = −٩
٣س + ٣ك = −٣

٢٨) ٢س − ٤ز = ٦
س − ٤ز = −٣

حُلّ كل متباينة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانيًّا: (مهارة سابقة)

٢٩) |م − ٥| ≥ ٨

٣٠) |ك + ١١| > ٥

٣١) |٢و + ٩| < ١١

٣٢) |٢ر + ١| ≤ ٩

٣٣) إذا علمت أن د(س)=٣س−١، فما قيمة د(−٤)؟ (مهارة سابقة)

استعد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

اكتب الصيغة التي تعبر عن الجملة في كلٍّ مما يأتي:

٣٤) مساحة المثلث (م) تساوي نصف حاصل ضرب طول القاعدة (ل) في الارتفاع (ع).

٣٥) محيط الدائرة (مح) يساوي حاصل ضرب ٢ في (ط) في نصف القطر (نق).

٣٦) حجم المنشور القائم (ح) يساوي حاصل ضرب الطول (ل) في العرض (ع) في الارتفاع (أ).

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

رابط الدرس الرقمي

www.ien.edu.sa

٥-٥

تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

فيما سبق

درست حل نظام من معادلتين بالتعويض أو بالحذف.

والآن

- أحدد أفضل الطرق لحل نظام من معادلتين.
- أحل مسائل تطبيقية على أنظمة المعادلات الخطية.

لماذا؟

قطع أحمد في طوافه حول الكعبة وسعيه بين الصفا والمروة أثناء أدائه العمرة مسافة ٣١٠٠ مترًا تقريبًا، وكانت مسافة طوافه كاملة مساوية لمسافة أحد أشواط السعي.

يعبر عن المسافة التي قطعها أحمد في طوافه وسعيه بالمعادلة: س + ص = ٣١٠٠، ويعبر عن العلاقة بين مسافة الطواف ومسافة السعي بالمعادلة ص = $\frac{١}{٧}$ س حيث س تمثل مسافة السعي، ص مسافة الطواف.

يمكنك حل هذا النظام لإيجاد المسافة التي قطعها في كل من السعي، والطواف.

تحديد أفضل طريقة: تعلمت سابقًا خمس طرائق لحل أنظمة المعادلات الخطية، والجدول أدناه يبين أفضل حالة لاستعمال كل منها.

مفهوم أساسي — حل نظام مكون من معادلتين خطيتين — مطويتك

الطريقة	أفضل حالة لاستعمالها
التمثيل البياني	لتقدير الحلول؛ فالتمثيل البياني لا يعطي في الغالب حلًّا دقيقًا.
التعويض	إذا كان معامل أحد المتغيرين في إحدى المعادلتين ١ أو −١.
الحذف باستعمال الجمع	إذا كان كل من معاملي أحد المتغيرين في المعادلتين معكوسًا جمعيًّا للآخر.
الحذف باستعمال الطرح	إذا كان معاملا أحد المتغيرين في المعادلتين متساويين.
الحذف باستعمال الضرب	إذا لم يكن أي من المعاملات (١) أو (−١)، وليس من السهل التخلص من أحد المتغيرين بجمع المعادلتين أو طرحهما.

تعد طريقتا التعويض والحذف من الطرائق الجبرية لحل أنظمة المعادلات، والطريقة الجبرية عادةً تعدُّ أفضل الطرق للحصول على إجابة دقيقة. أما التمثيل البياني باستعمال التقنيات أو بدونها فمناسب لتقدير الحل.

مثال ١ اختيار أفضل طريقة

حدِّد أفضل طريقة لحل النظام الآتي، ثم حله:

٤س − ٤ص = ٨

−٨س + ص = ١٩

افهم:

خطط:

حل:

تحقق:

إرشادات للدراسة

طريقة بديلة

يمكن حل النظام في المثال (١)؛ بالحذف باستعمال الضرب، وذلك بضرب المعادلة الأولى في (٢)، ثم جمع المعادلتين لحذف المتغير س.

تحقق من فهمك

١أ) ٥س + ٧ص = ٢

−٢س + ٧ص = ٩

١ب) ٣س − ٤ص = −١٠

٥س + ٨ص = −٢

١جـ) س − ص = ٩

٧س + ص = ٧

١د) ٥س − ص = ١٧

٣س + ٢ص = ٥

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

تطبيق أنظمة المعادلات الخطية: من الضروري تفسير كل حل في سياق الموقف الذي تعرضه المسألة، عند تطبيق أنظمة المعادلات الخطية في المسائل.

مثال ٢ من واقع الحياة: تطبيق أنظمة المعادلات الخطية

بطاريق: **هناك ١٧ نوعًا من البطاريق في العالم، أكبرها البطريق الإمبراطور، وأصغرها بطريق جالاباجوس، ويبلغ مجموع طولي هذين النوعين ١٦٩ سنتمترًا، ويزيد طول بطريق الإمبراطور على مثلي طول بطريق جالاباجوس بمقدار ٢٢ سنتمترًا. أوجد طول كل منهما.**

يعبر عن الطول الكلي للنوعين بالمعادلة جـ +ق = ١٦٩؛ حيث جـ طول البطريق الإمبراطور، ق طول بطريق جالاباجوس، والآن اكتب معادلة تمثل طول البطريق الإمبراطور.

التعبير اللفظي

المتغيرات

المعادلة

الربط مع الحياة

هنالك أربعة أنواع من البطاريق ضمن القائمة المعرضة لخطر الانقراض، وهي التي تعيش بالقرب من المناطق المعمورة.

تحقق من فهمك

٢) تطوّع: تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوع يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

تأكد

مثال ١ حدِّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثمّ حلّه:

١) ٢س + ٣ص = −١١ ٢) ٣س + ٤ص = ١١ ٣) ٣س − ٤ص = −٥ ٤) ٣س + ٧ص = ٤

−٨س − ٥ص = ٩ ٢س + ص = −١ −٣س + ٢ص = ٣ ٥س − ٧ص = −١٢

مثال ٢ ٥) **تسوّق:** اشترى عبدالله ٤ كراسات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالًا، واشترى عبدالرحمن كراسة وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

أ) اكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

ب) حدِّد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

جـ) حل النظام.

تدرب وحل المسائل

مثال ١ حدِّد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حلّه:

٦) ٣س − ٤ص = −٥ ٧) ٥س + ٨ص = ١ ٨) ص + ٤س = ٣

−٣س − ٦ص = −٥ −٢س + ٨ص = −٦ ص = −٤س − ١

مثال ٢ ٩) **سكان:** بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في أحد الأعوام) نحو ٧٢٠ ألفًا، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفًا عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظامًا من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

١٠) **آثار:** يبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القريات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما.

١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و٢٥ ريالًا تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علمًا أنها تبيع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالاً؟ فسر إجابتك.

١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل إعادة تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالًا، وصالح على ٥٠ ريالًا مقابل ذلك.

المادة	الكتلة المعاد تدويرها (كجم)	
	محمد	صالح
البلاستيك	٩	٩
الورق	٣٠	١١٥

أ) عين المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين خطيتين لهذا الموقف.

ب) ما سعر الكيلوجرام الواحد من البلاستيك؟

الربط مع الحياة

تعد المكتبات مراكز إشعاع معرفي، ومرافق مهمة للمعلومات تنتقي مصادرها وتنظمها وتتيحها لطالبها؛ سواء للدراسة، أو للبحث، أو للثقافة العامة.

١٣) **مكتبات:** تقدم إحدى المكتبات عرضًا؛ فتبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالًا والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالًا، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالًا ثمنًا لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟

١٤) **قيادة سيارات:** قاد فارس سيارته مسافة ٩٠ كيلومترًا، وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة نقصت حركة السيارة، فأصبحت سرعة السيارة ($\frac{٣}{٤}$ ر) كلم في الساعة. فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

مسائل مهارات التفكير العليا

١٥) **مسألة مفتوحة:** كوِّن نظامًا من معادلتين يمثّل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وفسِّر معناه.

١٦) **تبرير:** في نظام من معادلتين إذا كان س يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، ص تمثل المسافة المقطوعة، وحل النظام هو (−١، ٧)، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

١٧) **تحدٍّ:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

$$٤س + ص = ١٣$$
$$٦س - ص = ٧$$

١٨) **اكتب سؤالًا:** يدّعي أحد الطلاب أن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالاً تبين فيه خطأ هذا الادّعاء.

١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$ص = س + ١$ $ص = ٣س$	$ص = س - ٤$ $ص = \frac{٢}{س}$	$-س + ص = ٠$ $٥س = ٢ص$	$س - ص = ٣$ $س + \frac{١}{٢}ص = ١$

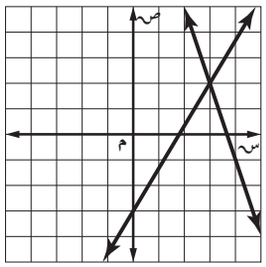
٢٠) **اكتب:** وضِّح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

تدريب على اختبار

٢١) إذا كان ٥س+٣ص= ١٢، ٤س−٥ص= ١٧ . فما قيمة ص؟

أ) −١ ب) ٣ جـ) ١ د) −٣

٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلًّا له؟



أ) ص= −٣س+١١
٣ص= ٥س−٩

ب) ص= −٣س+١١
٢ص= ٤س−٥

جـ) ص= ٥س−١٥
٢ص= س+٧

د) ص= ٥س−١٥
٣ص= ٢س+١٨

مراجعة تراكمية

حُلّ كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

٢٣) س + ص = ٣
٣س − ٤ص = −١٢

٢٤) −٤س + ٢ص = ٠
٢س − ٣ص = ١٦

٢٥) ٤س + ٢ص = ١٠
٥س − ٣ص = ٧

٢٦) حل المتباينة: | س−٢ | ≥ ٣. (مهارة سابقة)

حُلّ كل معادلة فيما يأتي: (مهارة سابقة)

٢٧) ٥ = ٤ت − ٧

٢٨) −٣س + ١٠ = ١٩

٢٩) حُلّ المعادلة: ٢س + ٤ = ٦ بيانيًّا. (مهارة سابقة)

مجموعة رفعة الرياضيات
تطوير - إنتاج - توثيق

مثّل كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًّا، وحدّد عدد حلوله، وإن كان له حل واحد فاكتبه:

١) ص = ٢س
ص = ٦ − س

٢) ص = س − ٣
ص = −٢س + ٩

٣) س − ص = ٤
س + ص = ١٠

٤) ٢س + ٣ص = ٤
٢س + ٣ص = −١

حُلَّ كلًّا من النظامين الآتيين بالتعويض:

٥) ص = س + ٨
٢س + ص = −١٠

٦) س = −٤ص − ٣
٣س − ٢ص = ٥

حُلَّ كلًّا من أنظمة المعادلات الآتية بالحذف:

٧) س + ص = ١٣
س − ص = ٥

٨) ٣س + ٧ص = ٢
٣س − ٤ص = ١٣

٩) س + ص = ٨
س − ٣ص = −٤

١٠) **اختيار من متعدد:** ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟

٦س − ٤ص = ٦
−٦س + ٣ص = ٠

أ) (٥، ٦)　　**جـ)** (١، ٠)

ب) (−٣، −٦)　　**د)** (٤، −٨)

١١) **تسوّق:** اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالًا. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالًا، وثمن المجلة ٢٠ ريالًا، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟

١٢) **حدائق:** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حديقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار، فعرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.

١٣) **مجلّات:** اشترك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد عدد المجلات من كل نوع.

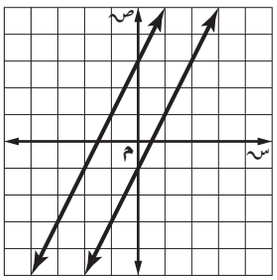
وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

الاختبار التراكمي

اختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانيًّا؟



أ) متسق

ب) متسق ومستقل

جـ) متسق وغير مستقل

د) غير متسق

٢) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي:

ص = ٤س − ٧

٣س − ٢ص = −١؟

أ) (٣، ٥)

ب) (٤، −١)

جـ) (٥، −٢)

د) (−٦، ٢)

٣) ما الزوج المرتب الذي يمثِّل حلًّا للنظام الآتي:

٣س − ٨ص = −٥٠

٣س − ٥ص = −٣٨؟

أ) $\left(\frac{٣}{٢}، \frac{٥}{٨}\right)$

ب) (−٦، ٤)

جـ) $\left(\frac{٤}{٩}، -\frac{٢}{٧}\right)$

د) (٤، −٩)

٤) ما حلُّ المتباينة: ٢س ≤ −٦؟

أ) س ≤ −٣

ب) س ≤ ٣

جـ) س ≥ ٣

د) س ≥ −٣

٥) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي:

٣س + ٢ص = −٢

٢س − ٢ص = −١٨؟

أ) (١، ٣)

ب) (٧، −٤)

جـ) (−٤، ٥)

د) (−٢، −٣)

٦) ما حل المتباينة ٥ < ٢س + ٥ < ٧ ؟

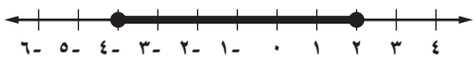
أ) ٠ < س < ٢

ب) ٥ < س < ٦

جـ) ٠ < س < ٤

د) ٠ < س < ١

٧) ما متباينة القيمة المطلقة للتمثيل البياني الآتي؟



أ) |س+١| < ٣

ب) |س+١| ≥ ٣

جـ) |س+١| ≤ ٣

د) |س+١| > ٣

٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالًا يريدان أن يشتريا بها دفترين وعددًا من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات وثمن قلم الرصاص ٠,٧٥ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟

أ) ٣

ب) ٤

جـ) ٥

د) ٦

إجابة قصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلومترًا ليصبح ما قطعه مساويًا على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلومترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟

١٠) يقدم متجرٌ خصمًا قيمته ١٥ ريالًا على جميع السلع، فإذا أراد سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالًا وَ ٨٩ ريالًا، فكم يتوقع أن يدفع ثمنًا لها؟

١١) عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩، فما العددان؟

١٢) حُلَّ المتباينة ٢س ≤ ١٠، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

١٣) حُلَّ المتباينة |٣س-١| ≥ ٨، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

١٤) حُلَّ المتباينة ١ < ٢ك -٥ ≤ ١٣، ثم مثِّل الحل بيانيًّا.

وزارة التعليم
Ministry of Education
2022 - 1444

إجابة مطولة

أجب عن السؤال الآتي موضحًا خطوات الحل:

١٥) وجبات: يبيِّن الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الوجبة	الثمن (ريال)
٣ شطائر ، علبتا عصير	١٣
٤ شطائر ، علبة عصير	١٤

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

ب) حُلَّ النظام الذي كتبته، وفسِّره في سياق المسألة.

جـ) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشترى شطيرتين وعلبة عصير؟

للمساعدة ..															
إذا لم تجب عن السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥
فراجع الدرس ..	٥-١	٥-٢	٥-٣	مهارة سابقة	٥-٣	مهارة سابقة	مهارة سابقة	٥-٢	مهارة سابقة	مهارة سابقة	٥-٢	مهارة سابقة	مهارة سابقة	مهارة سابقة	٥-٥